M21 : théorème du moment cinétique L'essentiel

Moment cinétique d'un point M par rapport à un point O

$$\boxed{\overrightarrow{L_O}(M) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{p} = \overrightarrow{OM} \wedge m\,\overrightarrow{v}}$$

En norme : $L_O(M) = OM \times m\,v \times \sin\alpha$ si α représente l'angle que forme le vecteur $\overrightarrow{OM}$ et le vecteur $\overrightarrow{v}$.

Sens : le sens du vecteur moment cinétique est donné par la règle de la main droite, la base $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{L_O}(M)\right)$ est directe.

Moment cinétique en O' différent de O

$$\Longrightarrow \boxed{\overrightarrow{L_{O'}}(M) = \overrightarrow{L_O}(M) + \overrightarrow{O'O} \wedge \overrightarrow{p}}$$

Moment cinétique par rapport à un axe Δ

$$\boxed{L_\Delta = \overrightarrow{L_O}(M) \cdot \overrightarrow{u_\Delta}}$$

avec $\overrightarrow{u_\Delta}$ le vecteur unitaire donnant le sens et la direction de l'axe et O un point de l'axe.

L_Δ est donc la projection du moment cinétique par rapport à un point de l'axe sur cet axe.

Moment d'une force $\overrightarrow{F}$ par rapport à un point

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}}$$

En norme : $\mathcal{M}_O(\overrightarrow{F}) = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| \times \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \sin\theta$ si θ représente l'angle que forme les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{F}$.

Sens : Le sens du vecteur moment est donné par la règle de la main droite.

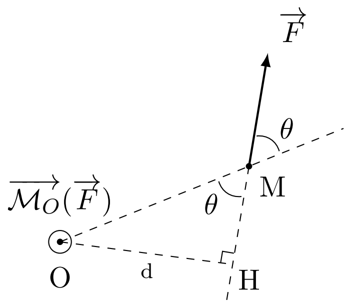
Notion de bras de levier

Le bras de levier est la distance $d = OH$, où H est le projeté orthogonal de O sur la droite d'action de la force $\overrightarrow{F}$.

La norme du vecteur moment peu ainsi s'écrire :

$$\boxed{\mathcal{M}_O(\overrightarrow{F}) = d \times \left\|\overrightarrow{F}\right\|}$$

La norme du moment ne dépend que du bras de levier.



Notion de bras de levier

Moment de force en O' différent de O

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{M}_{O'}}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) + \overrightarrow{O'O} \wedge \overrightarrow{F}}$$

Moment de force par rapport à un axe

$$\boxed{\mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{u_\Delta}}$$

Théorème du moment cinétique par rapport à un point fixe

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_O}(M)}{\mathrm{d}t} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F_i})}$$

Théorème du moment cinétique par rapport à un axe

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}L_\Delta}{\mathrm{d}t} = \sum_i \mathcal{M}_\Delta(\overrightarrow{F_i})}$$