TD EM13 : Dipôle électrostatique

Exercice 1 : moment dipolaire de la molécule d'eau

De par l'électronégativité des atomes constituants la molécule d'eau, on peut modéliser celle-ci par un atome d'oxygène portant la charge -2δ relié à deux atomes d'hydrogène portant chacun la charge $+\delta$. δ vaut 33% de la charge élémentaire ; l'angle entre les deux liaisons O-H est noté α ; la distance entre un atome d'oxygène et un atome d'hydrogène est notée d.
Faire un schéma.
Déterminer l'expression (vectorielle) du moment dipolaire de la molécule d'eau et calculer sa valeur, en $C.m$ et en D.

Données

- Charge élémentaire : $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C
- Distance O-H : $d = 0.952\mathring{A}$; $1\mathring{A} = 1 \times 10^{-10} m$
- Angle α : $\alpha = 104\,^\circ\,45'$; $1' = 1/60^{ième}$ de degré

Exercice 2 : une charge et un cerceau

Soit un cerceau de centre O, de rayon R, portant la densité linéique de charge λ. On place une charge -q en un point A à une distance d du centre du cerceau. On définit un axe Oz d'origine O, centre du cerceau, et dirigé dans le sens de $\overrightarrow{OA}$. Le point M au niveau duquel nous allons calculer le potentiel est situé sur cet axe.
Enfin, on sait que la distance d est du même ordre de grandeur que le rayon R du cerceau et que l'origine des potentiels est pris à l'infini.

1. Faire un schéma de la situation.
2. Quelle doit être la densité linéique de charge λ pour que la charge totale portée par le cerceau soit égale à +q ?
3. Calculer le potentiel créé par l'ensemble du cerceau et de la charge, en tout point M de l'axe Oz.
4. Montrer que lorsque le point M est suffisamment éloigné de l'ensemble chargé (des quantités tendent vers 0, des développements limités peuvent être utilisés), on peut assimiler l'ensemble du cerceau et de la charge à un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$.
   Exprimer ce moment en fonction de R, q et d.

Données

- Champ électrique créé par un cerceau centré sur un axe Oz : $\overrightarrow{E}(M) = \dfrac{\lambda R z}{2\epsilon_0(\sqrt{R^2+z^2})^3}\overrightarrow{u_z}$
- Expression du gradient en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\nabla} f = \overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\overrightarrow{u_\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$

- Potentiel créé par un dipôle électrostatique centré en O, en un point M :

$$V(M) = \frac{\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{r}}{4\pi\epsilon_0\, r^3}$$

Exercice 3 : un dipôle, un champ et des équipotentielles

Soit un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\overrightarrow{p} = q\overrightarrow{NP} = q\,NP\,\overrightarrow{u_x}$ dirigé suivant l'axe Ox et centré sur le point O, origine du repère.
Ce dipôle est plongé dans un champ électrique $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u_x}$ où E_0 est une constante.

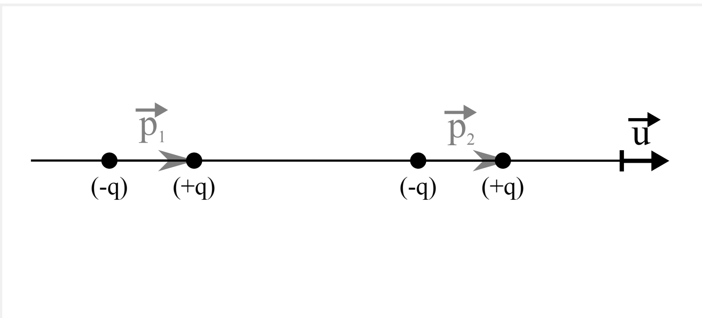
1. Rappeler l'expression du potentiel créé en un point M par le dipôle électrostatique.
2. Trouver l'expression du potentiel, en coordonnées cartésiennes, créé en un point M par le champ $\overrightarrow{E}$. On sait que ce potentiel est nul au point O.
3. En déduire l'expression du potentiel total créé en un point M par le dipôle et le champ extérieur. On l'exprimera en fonction des coordonnées polaires.
4. Identifier les équipotentielles correspondant à V = 0.
5. Sachant que le problème est invariant par rotation autour de l'axe Ox, identifier les surfaces équipotentielles dans l'espace à 3 dimensions.

Exercice 4 : force de Keesom

La force de Keesom est une force de Van der Waals entre molécules polaires. Ces molécules sont assimilables à deux dipôles électrostatiques identiques (permanents) $\overrightarrow{p_1}$ et $\overrightarrow{p_2}$, dirigés tous deux suivant l'axe Ox, qui interagissent entre eux.
La force de Keesom est attractive : par exemple, le dipôle $\overrightarrow{p_1}$ créé un champ électrique au niveau du dipôle $\overrightarrow{p_2}$ qui tend à s'aligner sur ce champ. Il y a ensuite déplacement de $\overrightarrow{p_2}$ vers les champs forts, c'est à dire vers $\overrightarrow{p_1}$.
On peut faire le même raisonnement dans l'autre sens, mais pour raisonner ici, on considère $\overrightarrow{p_1}$ fixe.

1. Les dipôles sont colinéaires et orientés dans le même sens. Compléter le schéma ci-dessous en indiquant :
   – Le champ $\overrightarrow{E_1}$ créé par le dipôle 1 au niveau du dipôle 2, sachant que l'on ne considère pas celui-ci uniforme sur la taille du dipôle.
   – Les forces de Coulomb qui s'exercent sur les charges $-q$ et $+q$ du dipôle 2 du fait de l'existence du champ $\overrightarrow{E_1}$.

   Conclure quant au rapprochement du dipôle 2 vers le dipôle 1.



2. Trouver l'expression de la force qu'exerce le dipôle 1 sur le dipôle 2 (calculer la force qui s'exerce sur chaque charge du dipôle puis la résultante). On considèrera que la distance r entre les deux dipôles (entre leur centre) est grande devant la taille d des dipôles.

   Données
   On rappelle l'expression du champ électrostatique créé par un dipôle : $\overrightarrow{E} = \dfrac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0\,r^3}\overrightarrow{u_r} + \dfrac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon_0\,r^3}\overrightarrow{u_\theta}$.

Exercice 5 : équilibre d'un dipôle au centre d'un condensateur

Soit un condensateur plan dont les armatures sont perpendiculaires à un axe Ox horizontal. L'armature négative porte la densité de charge -σ et coupe l'axe Ox à l'abscisse x = -a, l'armature positive porte la charge +σ et coupe l'axe Ox à l'abscisse x = a.
Le champ électrique au sein d'un condensateur de ce type a pour expression :

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{e_x} \tag{28}$$

On place un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$ au centre de ce condensateur tel que $\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{u_x} = p\cos\alpha$.

1. Donner l'expression de l'énergie potentielle de ce dipôle.
2. Trouvez ses positions d'équilibre.
3. Pourquoi ne se déplace-t-il pas dans le condensateur ?