



# TP N°7 : ETUDE DE LA CHUTE D'UNE BILLE DANS UN FLUIDE RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE PAR UNE METHODE ITERATIVE

## Matériel:

- Ordinateur
- Logiciel Avimeca

## Objectifs :

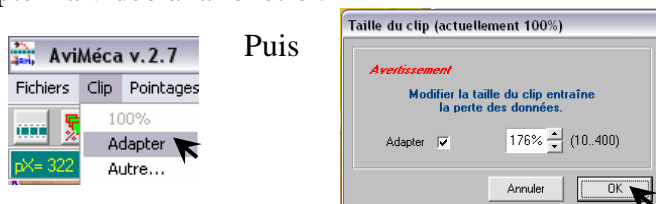
- Savoir exploiter un document expérimental (série de photos, film, acquisition de données avec un ordinateur...) : reconnaître si le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme ou non, déterminer des vecteurs vitesse et accélération, mettre en relation accélération et somme des forces, tracer et exploiter des courbes  $v_G = f(t)$  chap. 9 – (5).
- *Savoir-faire expérimentaux :*  
Savoir enregistrer expérimentalement le mouvement de chute d'un solide dans l'air et/ou dans un autre fluide en vue de l'exploitation du document obtenu chap. 9 – (6).
- Appliquer la deuxième loi de Newton à un corps en chute verticale dans un fluide et établir l'équation différentielle du mouvement la force de frottement étant donnée chap. 10 – (3).
- Connaître le principe de la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle chap. 10 – (4).
- Savoir exploiter des courbes  $v_G = f(t)$  pour chap. 10 – (8) :
  - ✓ reconnaître le régime initial et/ou le régime asymptotique.
  - ✓ évaluer le temps caractéristique correspondant au passage d'un régime à l'autre.
  - ✓ déterminer la vitesse limite.
- Dans le cas de la résolution par méthode itérative de l'équation différentielle, discuter la pertinence des courbes obtenues par rapport aux résultats expérimentaux (choix du pas de résolution, modèle proposé pour la force de frottement) chap. 10 – (9).

## Le traitement vidéo de la chute de la bille :

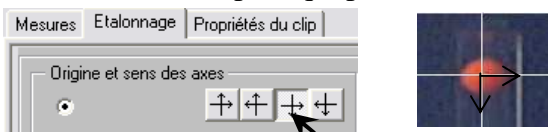
- Ouvrez le logiciel **Avimeca**.
- Pour ouvrir une vidéo, cliquez sur **Fichiers > Ouvrir un clips vidéo :**
- Cherchez le fichier **tube3.avi**.
- Visualisez la séquence en appuyant sur lecture :



- Adaptez la vidéo à la fenêtre :



- Dans l'onglet de droite **étalonnage** :  
Placez l'origine et les axes du repère qui permettra l'étude du mouvement :



- Dans ce même onglet :  
L'échelle permet de relier une distance sur la vidéo à la distance réelle : **la longueur entre les deux repères**


L'ordre des étapes 1 à 4 est indifférent

- 1 - Cliquez sur le clip pour désigner p1
- 2 - Cochez '2ème point' pour définir p2
- 3 - Modifiez la valeur réelle de la distance p1p2
- 4 - Modifiez la couleur du segment p1p2

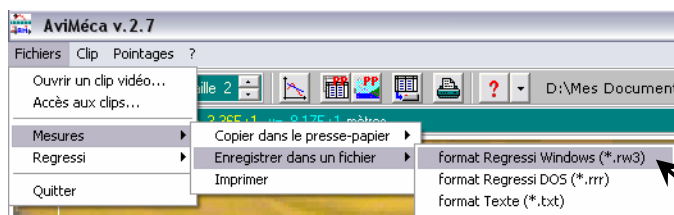
Suivez les indications du logiciel :



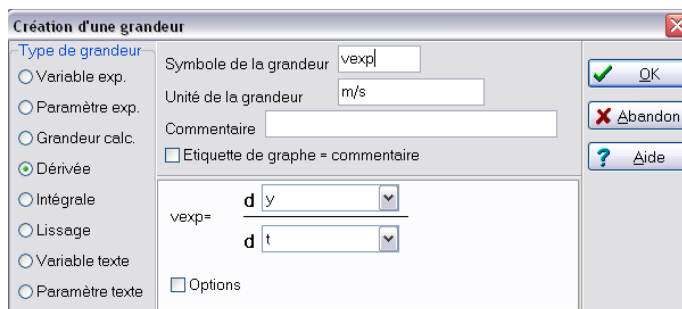
colorés est de 30 cm.



- h. Revenez dans l'onglet de droite **Mesures**, Servez-vous de l'outil loupe , **pointez alors les différentes positions de la bille** jusqu'à la fin de la vidéo.  
Veillez à bien rester sur un axe vertical lors du pointage (même si le point cliqué ne correspond pas au centre d'inertie de la bille).

- i. On sauvegardera le pointage :  
**Fichiers > Mesures > Enregistrer dans un fichier > format Regressi Windows (\*.rw3)**

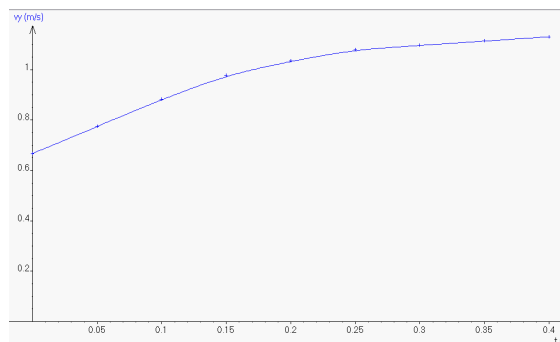


- j. Ouvrez le **logiciel Regressi**, puis le fichier précédemment enregistré.  
k. Allez dans le menu grandeur puis **ajoutez une grandeur  $v_{exp}$**  ( $=dy/dt$ ) qui représente la vitesse verticale :



- l. Dans le menu  **Graphe** et l'onglet , arrangez-vous pour **construire le graphique  $v_{exp} = f(t)$** .

- m. Déduisez-en une valeur de la vitesse limite  $v_{lim}$ .



## II Modélisation de la chute de la bille :

### 1) Résolution de l'équation différentielle du mouvement par la méthode d'Euler :

a. Données :

- Masse volumique de la bille  $\rho = 4,34\text{kg}\cdot\text{L}^{-1}$  ; volume de la bille :  $V = 0.01 \text{ L}$
- Masse volumique du liquide :  $\rho' = 0,02\text{kg}\cdot\text{L}^{-1}$
- Intensité de la pesanteur :  $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

b. A propos de l'équation différentielle :

- Montrez que **l'équation différentielle du mouvement** de chute verticale de la bille de volume  $V$ , de

masse  $m$ , dans un liquide de masse volumique  $\rho'$  est de la forme :  $\frac{dv}{dt} = a \times v + b$ .


(On considère que la valeur de la force de frottement exercée par le liquide s'écrit :  $f = kv$  ( $k$  est un coefficient qui dépend entre autre de la viscosité du liquide).

- Exprimez **a et b en fonction de  $\rho$ ,  $\rho'$ ,  $V$ ,  $g$  et  $k$** .
- Exprimez **a en fonction de b et de la vitesse limite  $v_{lim}$** .
- A l'aide des données, calculez la **valeur du coefficient b**.
- A l'aide de la valeur de la vitesse limite expérimentale, calculez la **valeur du coefficient a**.
- **Montrez** qu'à condition de choisir  $\delta t$  assez petit, on peut écrire que



$$\mathbf{v}(t + \delta t) = \mathbf{v}(t) + (\mathbf{a} \times \mathbf{v}(t) + \mathbf{b}) \times \delta t. \quad (*)$$

c. Résolution proprement dite avec Excel :

- Sélectionnez puis copiez les valeurs du tableau de Regressi (  Grandeurs puis Variables ) et insérez-les dans une **feuille Excel vide**.
- Dans le **tableau : créer  $t_{\text{theo}}$  et  $v_{\text{theo}}$** , le temps et la vitesse permettant de mettre en oeuvre Euler.
- **Choisissez judicieusement le pas de calcul  $\delta t$  et calculez** les différentes valeurs de  $t_{\text{theo}}$  (25 valeurs en partant de  $t_{\text{theo}} = 0$ ).
- Par la méthode itérative d'Euler, **calculer les différentes valeurs de  $v_{\text{theo}}$**  : utiliser (\*) et les valeurs de a et b calculée précédemment. (On prendra une vitesse nulle à l'instant  $t_{\text{theo}} = 0$ )
- Tracez à l'aide du logiciel la **courbe  $v_{\text{theo}} = f(t_{\text{theo}})$** .
- Pour une meilleure comparaison de  $v_{\text{exp}}$  et  $v_{\text{theo}}$ , on peut tracer  $v_{\text{exp}} = f(t)$  sous Excel : pour cela, il faut **réécrire les nombres avec des virgules au lieu des points** (avec la fonction rechercher- remplacer).  
Ensuite, rajoutez une valeur  $v_{\text{exp}}(t=0) = 0$  dans le tableau, puis tracer la courbe.

2) Questions :

- a. **A l'aide de la courbe  $v_{\text{theo}} = f(t_{\text{theo}})$ , donnez la valeur de  $v_{\text{lim}}$  et mesurez la valeur du temps caractéristique  $\tau$**  par la méthode de votre choix.
- b. Identifiez sur la courbe la partie concernant le régime transitoire et la partie concernant le régime permanent.
- c. **Comparez les deux courbes  $v_{\text{exp}}$  et  $v_{\text{theo}}$**  (obtenue par Euler) en fonction du temps.  
A priori, a-t-on choisi le bon modèle pour la force de frottements ?
- d. Pour vérifier la réponse ci-dessus, **créez une colonne  $v_{\text{theo}2}$**  et recalculez les valeurs de la vitesse obtenue avec Euler en prenant une force de frottements en  $kv^2$ . Concluez.