

Chapitre 7 : Le dipôle RL

Connaissances et savoir-faire exigibles :

- (1) Connaître la représentation symbolique d'une bobine.
- (2) En utilisant la convention récepteur, savoir orienter le circuit sur un schéma et représenter les différentes flèches-tension.
- (3) Connaître l'expression de la tension aux bornes d'une bobine; connaître la signification de chacun des termes et leur unité. Savoir exploiter la relation.
- (4) Effectuer la résolution analytique pour l'intensité du courant dans un dipôle RL soumis à un échelon de tension. En déduire la tension aux bornes de la bobine.
- (5) Connaître l'expression de la constante de temps et savoir vérifier son unité par analyse dimensionnelle.
- (6) Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée.
- (7) Savoir qu'une bobine s'oppose aux variations du courant du circuit où elle se trouve et que l'intensité de ce courant ne subit pas de discontinuité.
- (8) Savoir exploiter un document expérimental pour :
 - ✓ Identifier les tensions observées
 - ✓ Montrer l'influence de R et de L lors de l'établissement et de la disparition du courant
 - ✓ Déterminer une constante de temps

Savoir-faire expérimentaux : (**Voir TP ϕ n°5**)

- (9) Réaliser un montage électrique à partir d'un schéma.
- (10) Réaliser les branchements pour visualiser les tensions aux bornes du générateur, de la bobine et du conducteur ohmique supplémentaire.
- (11) Montrer l'influence de l'amplitude de l'échelon de tension, de R et de L sur le phénomène observé.

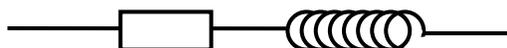
I Les bobines :

1) Structure et symbolisation ⁽¹⁾ :

Une bobine est constituée à partir d'un **enroulement très serré de fil de cuivre qui est gainé sur un matériau isolant** de faible épaisseur.

Comme un fil de cuivre possède une résistance comme tout fil électrique, **la bobine présente un caractère résistif**. Ce caractère est représenté par la **résistance interne de la bobine notée r**.

Ainsi la représentation d'une bobine dans un schéma électrique est la suivante :



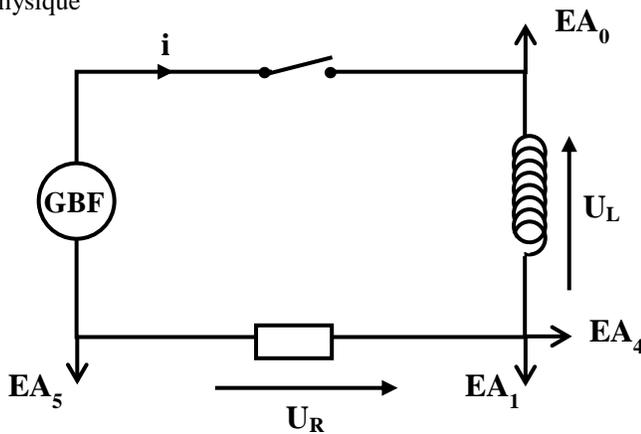
2) Comportement d'une bobine : *Fiche élève*

a. Dispositif expérimental ⁽²⁾ :

Nous allons nous placer dans un cas où la **résistance interne de la bobine est négligeable** (il faut choisir la bobine en conséquence, r faible, et surtout une résistance R de forte valeur), afin de savoir quelle influence a l'introduction d'une bobine dans un circuit.

On réalise le montage suivant :

Laissez aux élèves le soin de placer les flèches tensions en utilisant la convention récepteur



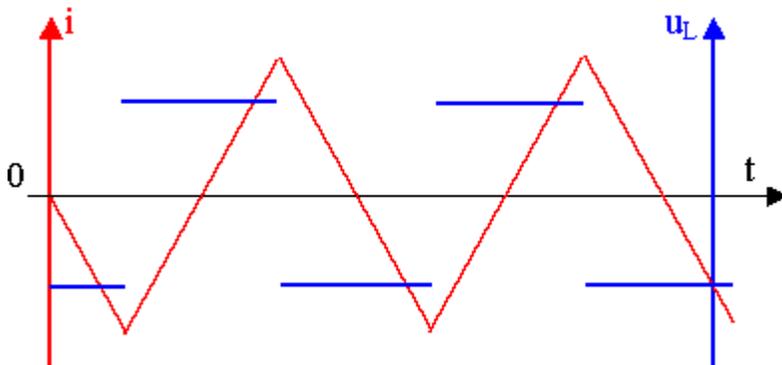
Réglage du matériel :

- L = 500 mH (réglable) et de résistance interne faible (10 Ω).
- R = 10 kΩ (boîte réglable). Cette résistance permettra de visualiser l'intensité i du courant dans le circuit.
- Un GBF réglé à 5V d'amplitude et délivrant une **tension en dents de scie de fréquence 200 Hz**.
- Le logiciel synchronie sera lancé sur l'ordinateur et sera paramétré pour procéder à l'enregistrement de u_L et u_R dès la fermeture de K.

Le logiciel synchronie sera réglé en mode différentiel. On peut ainsi brancher la console d'acquisition de façon à obtenir u_L et u_R , sans problème de masse : Pour avoir u_L , synchronie fait la différence de potentiel entre les entrées EA₀ et EA₄ de la console. Pour u_R , c'est la différence entre EA₁ et EA₅.

b. Résultats expérimentaux :

- Fermons K et observons les courbes obtenues :



ATTENTION !

On rappelle que comme $u_R = R \times i$, la courbe $i(t)$ et la courbe $u_R(t)$ ont exactement la même forme. Pour tout raisonnement qualitatif, on assimile $u_R(t)$ et $i(t)$.

Observations :

On observe, aux bornes de la bobine, une tension en créneau qui est légèrement déformé expérimentalement puisque la bobine possède une petite résistance interne.

u_L est positive lorsque l'intensité dans le circuit croît.

- Que se passe-t-il si on augmente la fréquence du signal en dents de scie du GBF (ce qui revient à augmenter la fréquence de $i(t)$) :

L'amplitude de la tension en créneaux ($u_L(t)$) devient plus grande.

UN PEU DE THEORIE

- ✓ Expression mathématique de l'intensité en dents de scie :

Pendant le front montant, on peut écrire : $i(t) = a \times t + b$

- ✓ Expression mathématique du coefficient directeur :

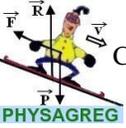
Le coefficient directeur est **a** que l'on peut écrire mathématiquement : $\frac{di}{dt}$

- ✓ Que fait-on lorsque l'on augmente la fréquence du signal en dents de scie ?

On augmente la pente du front montant du signal $i(t)$ donc on augmente di/dt

Finalement, si di/dt augmente alors l'amplitude de u_L croît.

(L'amplitude de u_L est égale à u_L puisque sur une demi-période, u_L est constante)



➤ Relevons quelques valeurs de di/dt et de u_L et calculons $di/dt \div u_L$:

Fréquence (Hz)	100	200	300	400
Pente de $i(t) = di/dt$	0.21	0.41	0.63	0.84
Amplitude de u_L (mV)	117	218	328	427
$di/dt \div u_L$	1.8	1.9	1.9	2.0

Conclusion :

Il y a relation de **proportionnalité** entre $\frac{di}{dt}$ et u_L

c. Conclusion : expression de l'intensité aux bornes d'une bobine ⁽³⁾ :

✓ Lorsque la résistance interne de la bobine est négligeable, la tension aux bornes d'une bobine s'exprime par :

$$u_L = L \times \frac{di}{dt}$$

u_L : tension aux bornes de la bobine en Volts (V)
 di/dt : dérivée par rapport au temps de l'intensité dans le circuit en Ampère par seconde ($A.s^{-1}$)
L : Inductance de la bobine exprimée en Henry (H)

✓ Si la résistance interne de la bobine n'est pas négligeable on obtient :

$$u_L = r \times i + L \times \frac{di}{dt}$$

r s'exprime en Ohms (Ω) et i en Ampères (A)

d. Remarques :

- Lorsque l'**intensité** du courant dans un circuit est **constante**, **en régime permanent**, le terme di/dt est **nul** et la tension aux bornes de la bobine est $r \times i$. Ainsi, **la bobine se comporte comme une résistance**.
- **La bobine n'a donc un « intérêt » qu'en régime transitoire**, c'est-à-dire lorsque l'intensité du courant dans un circuit varie, notamment à l'ouverture ou la fermeture du courant dans un circuit.

e. Inductance d'une bobine :

➤ Cette **inductance L** d'une bobine **dépend de sa structure**, notamment de sa longueur, du nombre d'enroulement ...

➤ **Elle s'exprime en Henry mais on utilise généralement des sous multiples du Henry** pour les valeurs des inductance des bobines courantes voir tableau ci-contre.

➤ On peut augmenter fortement l'inductance de n'importe quelle bobine en ajoutant un noyau de fer (doux) à l'intérieur de celle-ci. Mais attention, la relation tension intensité n'est alors plus valable

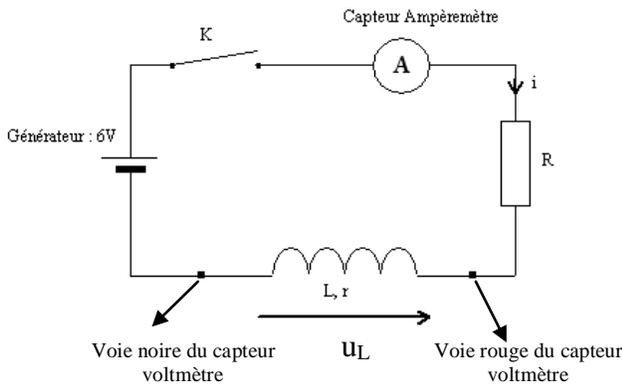
Inductance L (H) de l'appareil	Ordre de grandeur
Électro-aimant industriel	$\sim 10^2$
Transformateur	$\sim 10^1$
Sonnette	$\sim 10^0$
Démarrreur voiture	$\sim 10^{-1}$
Haut-parleur	$\sim 10^{-3}$
Récepteur radio GO (grandes ondes)	$\sim 10^{-6}$
Récepteur radio OC (ondes courtes)	$\sim 10^{-5}$
1 m de câble TV	$\sim 10^{-7}$

Remarque prof : Le fer doux est du fer pur, alors que l'acier est un alliage de fer et de carbone. Le fer doux et l'acier s'aimantent lorsqu'ils sont placés dans le champ magnétique d'une bobine, mais lorsqu'on interrompt le courant dans la bobine, le fer doux cesse d'être aimanté alors que l'acier conserve son aimantation.

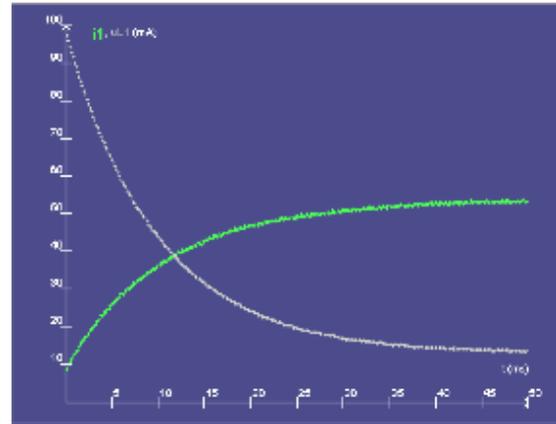
II Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

1) Etude expérimentale : établissement du courant dans un circuit comportant une bobine :

Voir TPφ n°5



Doc n°1



Doc n°2

2) Etude théorique de la réponse en intensité⁽⁴⁾ :

a. Etablissement de l'équation différentielle :

- A t = 0, l'interrupteur K est mis en position 1. Lorsque t > 0 :
- $U_L + R \times i = E$ (loi d'additivité des tensions : loi des mailles)
- Or $u_L = L \times \frac{di}{dt}$ donc $L \times \frac{di}{dt} + R \times i = E$
- On obtient alors

$$i + \frac{L}{R} \frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$$

b. Vérification que la solution donnée satisfait à l'équation différentielle :

On veut vérifier que la solution $i = A + B \times \exp(-t/\tau)$ satisfait à l'équation ci-dessus. A, B et τ sont des constantes que nous allons déterminer.

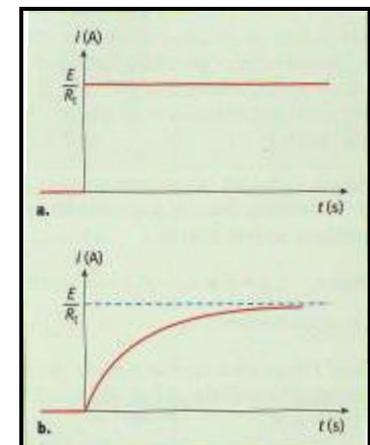
- **On dérive i :** $\frac{di}{dt} = 0 - \frac{B}{\tau} \exp(-t/\tau)$
- **On remplace** dans l'équation différentielle :
 $A + B \times \exp(-t/\tau) - \frac{L}{R} \times \frac{B}{\tau} \exp(-t/\tau) = \frac{E}{R} \Leftrightarrow A + B \left(1 - \frac{L}{R \times \tau}\right) \exp(-t/\tau) = \frac{E}{R}$
- **L'équation doit être satisfaite quelque soit la valeur de t**, ceci implique d'annuler le terme en exponentielle et pour cela nous devons donner la **valeur L/R à τ** .
 Ainsi la **valeur de A est E/R**.
- Il nous reste à déterminer B :
 A t = 0 aucun courant ne circule : $i(0) = 0 \Leftrightarrow A + B = 0$ d'où $B = -A = -E/R$

⇒ **La solution de l'équation différentielle s'écrit : $i = \frac{E}{R} (1 - \exp(-t/\tau))$**

c. Effet d'une bobine sur l'établissement du courant dans un circuit⁽⁷⁾ :

- Si le circuit ne comportait pas de bobine (doc a) :

Le courant s'établirait instantanément dans le circuit et son intensité passerait de la valeur $i = 0$ quand $t < 0$ à la valeur $i = E/R$ quand $t > 0$.



Doc n°3

➤ Avec un circuit ayant une bobine (doc b) :

La solution de l'équation différentielle nous donne une fonction croissante qui débute à 0 quand $t = 0$ et qui tend vers E/R lorsque t tend vers l'infini.

Une bobine s'oppose aux variations d'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve. **On dit que la bobine lisse le courant.**

Ainsi l'intensité du courant s'établissant dans un circuit comportant une bobine est une fonction continue du temps.

3) Réponse en tension aux bornes de la bobine ⁽⁴⁾ :

On sait que $u_L = L \times \frac{di}{dt}$ d'où $u_L = L \times (-\frac{E}{R}) \times -\frac{1}{\tau} \times \exp(-t/\tau) = E \times \exp(-t/\tau)$

La tension aux bornes de la bobine décroît exponentiellement de la valeur E à 0 (si $r = 0$).

Exercices n°11 et 12 p 168

4) Propriétés de la constante de temps ⁽⁵⁾ :

a. Vérification de la dimension de τ par analyse dimensionnelle :

On a $\tau = L/R$

➤ D'après l'expression de la tension aux bornes d'une bobine :

$$u_L = L \times \frac{di}{dt} \text{ donc } L = U \times T \times I^{-1}$$

➤ D'après la loi d'ohm pour un récepteur : $u = R \times i$ d'où $R = u/i$ et $[R] = U \times I^{-1}$

➤ Finalement : $\tau = \frac{U \times T \times I^{-1}}{U \times I^{-1}} = T$; on a bien la dimension d'une temps pour cette constante τ

b. Détermination de la constante de temps :

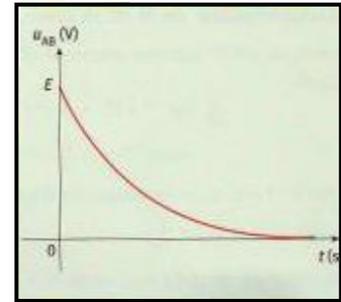
Les méthodes sont les mêmes que pour déterminer la constante de temps lors de la charge ou la décharge d'un condensateur :

- Numériquement, par le calcul à l'aide des paramètres R et L .
- Graphiquement, en regardant à quelle abscisse correspond l'ordonnée $0.63 \times E/R$ sur la courbe.
- Graphiquement en traçant la tangente en $t = 0$ qui coupe l'asymptote $i = E/R$ à l'abscisse τ .

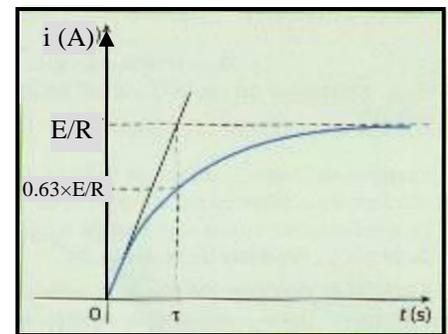
c. Influence de la constante temps sur l'évolution du système :

voir TPφn°5

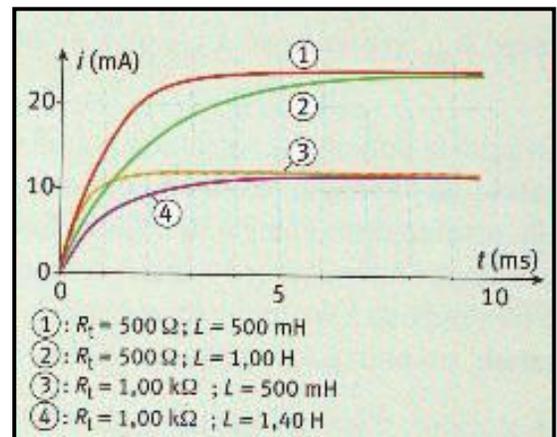
- Plus la valeur de la constante de temps est grande est plus l'établissement du courant dans le circuit se fait lentement.
- On sait que lorsque $t = 5\tau$, le courant est établi à 99%.



Doc n°4



Doc n°5



Doc n°6

III Energie emmagasinée dans une bobine ⁽⁶⁾ :

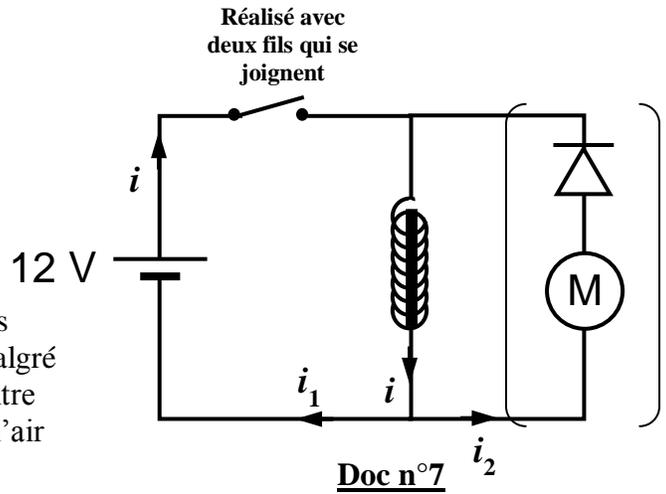
1) Mise en évidence expérimentale :

a. Manipulation :

On ferme l'interrupteur K quelques instants, puis on l'ouvre.

Observations :

- Le courant circule selon i à la fermeture et à l'ouverture de K.
- Sans la diode, on observe une étincelle entre les deux fils qui constitue l'interrupteur (le courant cherche à passer malgré le trou entre les deux points de l'interrupteur, la tension entre ces deux points est suffisamment importante pour ioniser l'air donc étincelle).
- Sans la diode le courant prend le chemin i_1 : étincelle.
- Sinon il prend le chemin i_2 : pas d'étincelle et le moteur tourne brièvement.



b. Conclusion :

- Lorsque l'on ferme l'interrupteur, la diode étant non passante, du courant circule dans la bobine et celle-ci emmagasine de l'énergie.
- A l'ouverture de K, l'énergie est restituée par l'intermédiaire d'un courant i qui cette fois-ci passe dans le circuit du moteur (diode passante).

2) Expression :

Une bobine d'inductance L parcourue par un courant i emmagasine l'énergie :

$$E_L = \frac{1}{2} \times L \times i^2$$

$\left\{ \begin{array}{l} E_L : \text{Energie emmagasinée en Joules (J)} \\ L : \text{Inductance de la bobine en Henrys (H)} \\ i : \text{Intensité du courant circulant dans le circuit en Ampères (A)} \end{array} \right.$

Exercices n°18 et 19 p 170/171

Rq : continuité de l'intensité traversant une bobine :
Comme le transfert d'énergie ne peut se faire instantanément entre la bobine et le moteur, et que i est liée à cette énergie, la fonction $i(t)$ ne peut pas être discontinue.